



# สารบัญ

## Part 1 ข้อสอบวัดระดับ

ข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 1 .....	2
ข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 2 .....	7
เฉลยข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 1 .....	12
เฉลยข้อสอบระดับ 1 : ชุดที่ 2 .....	32
ข้อสอบระดับ 2 : ชุดที่ 1 .....	57
ข้อสอบระดับ 2 : ชุดที่ 2 .....	62
เฉลยข้อสอบระดับ 2 : ชุดที่ 1 .....	67
เฉลยข้อสอบระดับ 2 : ชุดที่ 2 .....	91
ข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 1 .....	117
ข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 2 .....	123
เฉลยข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 1 .....	128
เฉลยข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 2 .....	157

## Part 2 แนวข้อสอบ

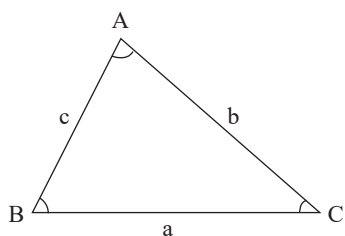
แนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา .....	194
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา .....	202
แนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ .....	246
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ .....	255
แนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์ .....	286
เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนกำเนิดวิทย์ .....	293

## ข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 1

ตอนที่ 1 : แบบปรนัย 4 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 16 ข้อ

- ลำดับเลขคณิต 10 พจน์ มีผลต่างร่วมเท่ากับ  $d$  มีค่าสัมบูรณ์แต่ละพจน์เป็นจำนวนเฉพาะ จงหาค่าน้อยสุดของ  $|d|$  เท่ากับเท่าใด  
1) 15                      2) 30                      3) 45                      4) 60
- จงหาว่า  $(m, n)$  คู่ใด ที่  $m, n$  เป็นจำนวนเต็มไม่ลบ,  $m \neq n$  และ  $\frac{50688}{m+n} = 2^A$ ; โดยที่  $A$  เป็นเลขคี่บวก  
1) 32,760                      2) 33,260                      3) 33,760                      4) 34,260
- ต้องการจัดเรียง A, A, B, B, C, C, D, E เป็นเส้นตรงได้กี่วิธี โดยไม่ให้ตัวอักษรเหมือนกันอยู่ติดกัน  
1) 2,220                      2) 2,340                      3) 2,450                      4) 2,550
- จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้  
ก) กำหนด  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}$  เป็นข้อมูลชุดหนึ่ง ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}$  เป็นลำดับเลขคณิต และ  $\sum_{n=1}^{11} a_n = 297$  แล้วค่ามัธยฐานของข้อมูลมีค่าเท่ากับ 27.5  
ข) กำหนด  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{25}$  เป็นข้อมูลชุดหนึ่ง ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{25}$  เป็นลำดับเลขคณิต และค่ามัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 12 แล้ว  $\sum_{n=1}^{25} (a_n - 3)$  เท่ากับ 223.5  
ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ  
1) ข้อ ก) เท่านั้น                      2) ข้อ ข) เท่านั้น                      3) ถูกทั้งสองข้อ                      4) ผิดทั้งสองข้อ
- พื้นที่ผิวของทรงกระบอกประกอบด้วยสองส่วน ส่วนหนึ่งแปรผันโดยตรงกับกำลังสองของรัศมีฐานของทรงกระบอก อีกส่วนหนึ่งแปรผันเกี่ยวเนื่องกับรัศมีของฐานและส่วนสูงของทรงกระบอก ถ้าทรงกระบอกมีรัศมีของฐาน 2 เซนติเมตร สูง 5 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิว 88 ตารางเซนติเมตร และถ้าทรงกระบอกมีรัศมีของฐาน 3 เซนติเมตร สูง 11 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิว 264 ตารางเซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกเท่ากับที่ตารางเซนติเมตร เมื่อทรงกระบอกมีรัศมีของฐาน 14 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร  
1) 3,872                      2) 3,962                      3) 4,052                      4) 4,142
- ประเทศหนึ่งใช้เหรียญ 3 ชนิดที่มีมูลค่าต่างกันที่เป็นจำนวนเต็ม โดย Jack, Jill, Jimmy แต่ละคนมีเหรียญทุกชนิดอย่างน้อยอย่างละ 1 เหรียญ Jack มีรวม 4 เหรียญเท่ากับ 28 ดอลลาร์, Jill มีรวม 5 เหรียญเท่ากับ 21 ดอลลาร์, Jimmy มี 3 เหรียญ จงหาผลบวกของ Jimmy เท่ากับกี่ดอลลาร์  
1) 13                      2) 15                      3) 17                      4) 19

7. กำหนดให้  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$  เป็นคำตอบของสมการ  $x^3 - 4\lfloor x \rfloor = 5$  โดยที่  $x$  เป็นจำนวนจริง และ  $k$  เป็นจำนวนเต็มบวก จงหาค่าของ  $\sum_{i=1}^k x_i^3$  เท่ากับเท่าใด โดย  $\lfloor x \rfloor$  คือ จำนวนเต็มที่มากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ  $x$
- 1) 9                      2) 10                      3) 11                      4) 12
8. จงหาค่าที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของ  $\sqrt{58-42x} + \sqrt{149-140\sqrt{1-x^2}}$  โดย  $-1 \leq x \leq 1$
- 1)  $\sqrt{103}$                   2)  $\sqrt{105}$                   3)  $\sqrt{107}$                   4)  $\sqrt{109}$
9. กำหนดให้  $f(x)$  เป็นพหุนามดีกรี 5 ถ้า  $f(1) = 0, f(3) = 1, f(9) = 2, f(27) = 3, f(81) = 4$  และ  $f(243) = 5$  จงหาสัมประสิทธิ์ของ  $x$  ใน  $f(x)$  เท่ากับเท่าใด
- 1)  $\frac{91}{162}$                       2)  $\frac{101}{162}$                       3)  $\frac{111}{162}$                       4)  $\frac{121}{162}$
10. ทรงพีระมิดมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มี PQRS เป็นฐาน และ T เป็นจุดยอด ถ้าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม PQRS เท่ากับ 196 ตารางหน่วย และพื้นที่ของสามเหลี่ยม PQT และสามเหลี่ยม RST เท่ากับ 105 และ 91 ตารางหน่วย ตามลำดับ จงหาว่าปริมาตรของทรงพีระมิดนี้เท่ากับกี่ลูกบาศก์หน่วย
- 1) 784                      2) 794                      3) 804                      4) 814
11. กำหนดให้  $x$  เป็นจำนวนจริงที่มี  $f(x)$  เป็นค่าที่น้อยที่สุดของ  $4x + 1, x + 2, -2x + 4$  จงหาค่าที่มากที่สุดของ  $6f(x) + 2012$  เท่ากับเท่าใด
- 1) 2,016                      2) 2,022                      3) 2,028                      4) 2,034
12. จากรูป ให้ความยาวของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมเป็น  $a, b, c$  เซนติเมตร โดย  $\frac{a^2 + b^2}{c^2} = 2011$  จงหาค่าของ  $\frac{\cot C}{\cot A + \cot B}$  เท่ากับเท่าใด



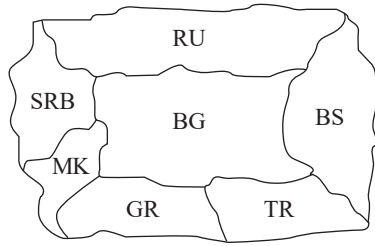
- 1) 1,005                      2) 1,006                      3) 1,011                      4) 2,011

13. กำหนดให้ ABCD เป็นสี่เหลี่ยมมุมที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ  $\frac{5}{2}$  หน่วย โดยมี  $AC = BD = 1$  หน่วย จงหาพื้นที่สี่เหลี่ยม ABCD ที่เป็นไปได้ที่มีค่ามากที่สุดเท่ากับกี่ตารางหน่วย
- 1)  $\frac{1}{4}$                       2)  $\frac{9}{32}$                       3)  $\frac{5}{16}$                       4)  $\frac{11}{32}$
14. วงกลม  $\omega$  มีจุดศูนย์กลางที่จุด O มี  $AA'$ ,  $BB'$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน ทำให้จุด A, B, A', B' เรียงในทิศทวนเข็มนาฬิกา มี P บนส่วนโค้งน้อย  $A'B'$  มี AP ตัด  $BB'$  ที่จุด D มี BP ตัด  $AA'$  ที่ C กำหนดให้พื้นที่ของสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 100 ตารางหน่วย จงหารัศมีของวงกลม  $\omega$  เท่ากับกี่หน่วย
- 1) 9                              2) 9.5                              3) 10                              4) 10.5
15. กำหนดให้  $A(a, b)$  และ  $B(c, d)$  เป็นจุดบนกราฟของพาราโบลา ซึ่งมีสมการเป็น  $y = 5x^2 + 2028x - 5$  โดยจุดกำเนิดเป็นจุดแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรง AB ถ้า  $A(a, b)$  เป็นจุดในจุดภาคที่ 1 จงหาผลต่างของ  $a$  กับ  $b$  เท่ากับเท่าใด
- 1) 2,026                      2) 2,027                      3) 2,028                      4) 2,029
16. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก) ถ้า  $a * b = \frac{b - 3a}{6a - 3548}$  แล้วค่าของ  $\left(\left(\left(\left(\left(\left(2 * 4\right) * 6\right) * 8\right) * 10\right) * \dots\right) * 1774\right) * 1776$  เท่ากับ  $-\frac{3555}{7102}$
- ข) มีลูกบอล 30 ลูกอยู่ในถุง เขียนเลข 1, 2, 3, ..., 30 ลงบนลูกบอลเหล่านี้ หยิบลูกบอล 2 ลูกออกจากถุงอย่างสุ่มแล้ว ความน่าจะเป็นที่ผลบวกของตัวเลขบนลูกบอลทั้งสองลูก จะหารด้วย 3 ลงตัว เท่ากับ  $\frac{1}{3}$
- ค) กำหนดให้  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่  $a \leq b \leq c$  และ  $\frac{25}{84} = \frac{1}{a} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{abc}$  แล้วค่าของ  $a + b + c$  เท่ากับ 17
- จงหาว่ามีกี่ข้อความที่ถูกต้อง
- 1) 0                              2) 1                              3) 2                              4) 3

### ตอนที่ 2 : แบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ

17. เลข 3 หลัก 3 จำนวน คือ ABC, BCD, CDE แต่ละตัวอักษรแทนเลขโดดที่ต่างกัน โดยเลข 3 หลัก  $ABC + BCD + CDE = 2017$  จงหาผลต่างของค่าของเลข 5 หลัก ABCDE ที่มากที่สุดและที่น้อยสุดต่างกันอยู่เท่าใด
18. กำหนดให้  $x, y, z$  เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ  $x + y + z = 3$  จงหาค่าที่มากที่สุดของ  $f(x, y, z) = \sqrt{2x+13} + \sqrt[3]{3y+5} + \sqrt[4]{8z+12}$

19. จากรูป ถ้ามีสี่อยู่ทั้งหมด 4 สี จะมีกี่วิธีที่ระบายสี โดยบริเวณติดกันต้องมีสีต่างกัน



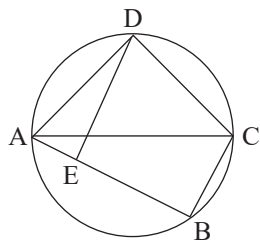
20. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$  โดยมีสมบัติดังนี้  
 $\sum_{i=1}^{20} (x_i - 5)^2 = 500$ ,  $\sum_{i=1}^{20} |x_i - a|$  มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ  $a = 5$  และ  $\sum_{i=1}^{20} (x_i - b)^2 = 500$  มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ  $b = 8$   
 แล้ว จงเรียงลำดับค่าเฉลี่ยเลขคณิต, มัธยฐาน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้จากมากไปน้อย

21. กำหนด  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งสอดคล้องกับ  $x^2 + y^2 = 5(x - y)$   
 จงหาผลรวมทุกค่าที่เป็นไปได้ของ  $xy$  เป็นเท่าใด

22. ครูยังอ่านหนังสือวันแรกได้  $n$  หน้า ใช้เวลา  $t$  นาที โดยที่  $n$  และ  $t$  เป็นจำนวนเต็มบวก วันที่สองอ่านได้  $n + 1$  หน้า ใช้เวลา  $t + 1$  นาที หลังจากนั้นแต่ละวัน ครูยังอ่านหนังสือได้เพิ่มขึ้นกว่าวันก่อนหน้า 1 หน้าและใช้เวลามากขึ้น 1 นาที จนกระทั่งอ่านหนังสือจบทั้ง 374 หน้า โดยใช้เวลารวมกันทั้งหมด 319 นาที จงหาค่าของ  $n^2 - t^2$  เท่ากับเท่าใด

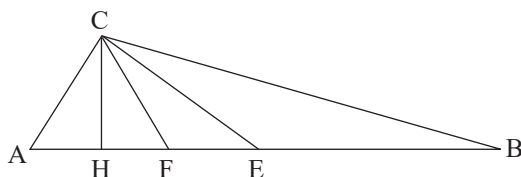
23. กำหนดให้  $f =$  พหุนามกำลังสอง มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม ถ้า  $f(0), f(3), f(4)$  มีค่าต่างกัน แต่มีผลลัพธ์ในกลุ่ม  $\{2, 20, 201, 2016\}$  จงหาผลบวกของค่าของ  $f(1)$  ที่เป็นไปได้

24. สี่เหลี่ยม ABCD แนบในวงกลม มี AC เท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลาง เส้นส่วนสูง DE ตัดกับ AB;  $AD = DC$  มีพื้นที่ของสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 24 ตารางเซนติเมตร จงหาว่า DE ยาวกี่เซนติเมตร



25. กำหนดให้  $\triangle ABC$  มี  $AB = 15, BC = 18, CA = 20$  ต่อ CA ถึง D, ต่อ CB ถึง E มี  $DA = AB = BE$  โดย AB ตัดวงกลมล้อมรอบ  $\triangle CDE$  ที่ P, Q จงหาว่า PQ ยาวกี่หน่วย

26. จากรูป กำหนดให้  $BC > AC$ ,  $AE = EB$ ,  $CH \perp AB$  มี  $\hat{ACF} = \hat{FCB}$ ,  $\hat{HCF} = \hat{FCE}$   
จงหา  $\hat{ACB}$  เท่ากับกี่องศา

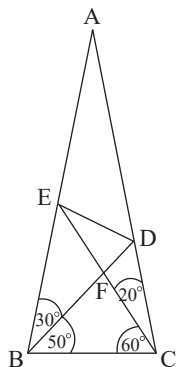


ตอนที่ 3 : แสดงวิธีทำ จำนวน 4 ข้อ

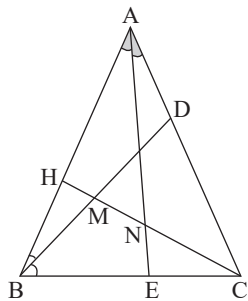
27. กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริง โดยที่  

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-20)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-21)^2} + \sqrt{(x-9)^2 + (y-40)^2}$$
 แล้วค่าน้อยที่สุดของ  $f(x, y)$  เป็นเท่าใด

28.  $\triangle ABC$ ;  $AB = AC$  มี  $D$  บน  $AC$ ,  $E$  บน  $AB$ ,  $BD$  และ  $CE$  ตัดที่  $F$   
 ถ้า  $\hat{DBC} = 50^\circ$ ,  $\hat{ABD} = 30^\circ$ ,  $\hat{DCE} = 20^\circ$  และ  $\hat{ECB} = 60^\circ$  จงหา  $\hat{CED}$  เท่ากับกี่องศา



29. กำหนดให้  $AB = 14$ ,  $BC = 13$ ,  $AC = 15$ ,  $BD$  และ  $AE$  แบ่งครึ่ง  $\hat{ABC}$ ,  $\hat{ACB}$  ตามลำดับ มี  $CH$  เป็นเส้นส่วนสูง จงหา  $MN$  ยาวเท่ากับกี่หน่วย



## เฉลยข้อสอบระดับ 3 : ชุดที่ 1

ตอนที่ 1 : แบบปรนัย 4 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 16 ข้อ

### 1. ตอบข้อ 2)

**วิธีทำ** ถ้า  $d =$  จำนวนคี่ แล้วพจน์ที่ติดกันต้องมี 1 พจน์ = จำนวนคู่  
แล้วอนุกรมเลขคณิตที่มี 10 พจน์ จะต้องมี 5 พจน์ = จำนวนคู่ ซึ่งมีบางพจน์  $\neq 2, -2$   
ขัดแย้งกับโจทย์

$\therefore d =$  จำนวนคู่ คือ หารด้วย 2 ลงตัว (แต่ไม่มีจำนวนเฉพาะติดกัน 10 ตัวที่ห่างกันแค่ 2)

โจทย์ต้องการ  $|d|$  ที่น้อยที่สุดแล้ว  $|d|$  ควรเป็นจำนวนคู่ที่หารด้วย 3 ลงตัว

ถ้า  $|d| =$  จำนวนคู่ แต่หารด้วย 5 ไม่ลงตัวแล้ว จะได้ว่าทุกๆ 5 จำนวน จะมีพหุคูณของ 5  
ทำให้ในลำดับ 10 พจน์นี้ ต้องมีพหุคูณของ 5 อยู่ 2 จำนวน

และจากค่าสัมบูรณ์ของแต่ละพจน์ต้องเป็นจำนวนเฉพาะ ทำให้พหุคูณของ 5 ทั้ง 2  
จำนวนนั้นคือ  $-5$  กับ  $5$  แล้วอีก 4 พจน์ที่อยู่ระหว่าง  $-5$  กับ  $5$  คือ  $-3, -1, 1, 3$  ซึ่ง  
ขัดแย้งกับที่ว่าค่าสัมบูรณ์ของแต่ละพจน์ต้องเป็นจำนวนเฉพาะ

$\therefore |d|$  ควรเป็นจำนวนคู่ที่หารด้วย 2, 3, 5 ลงตัว ซึ่งจะหารด้วย 30 ลงตัวด้วย แล้ว  
 $|d| \geq 30$  หากลำดับเลขคณิตที่มีผลต่างร่วมเท่ากับ 30 และทุกพจน์มีค่าสัมบูรณ์  
เป็นจำนวนเฉพาะ โดยแต่ละจำนวนอาจติดลบได้ คือ  $-113, -83, -53, -23, 7, 37, 67,$   
 $97, 127, 157$  ดังนั้น ค่าน้อยที่สุดของผลต่างร่วมเท่ากับ 30

### 2. ตอบข้อ 3)

**วิธีทำ** จาก  $50,688 = 2^9 \times 99$

$$\frac{50,688}{m+n} = 2^A; A = \text{เลขคี่บวก} \text{ เมื่อ } m+n = 2^k \times 99; k = 0, 2, 4, 6, 8$$

จาก  $m \neq n$  เช่น  $k = 2; m+n = 2^2 \times 99$  แล้ว  $m, n$  คือ จำนวนเต็มทุกจำนวนตั้งแต่  
 $0 - 2^2 \times 99$

เช่น

$m$	$n$
0	$2^2 \times 99$
1	$(2^2 \times 99) - 1$
2	$(2^2 \times 99) - 2$
$\vdots$	$\vdots$
$2^2 \times 99$	0

**TRICK :** ถ้ามี  $(2^2 \times 99) + 1$  บรรทัด จะหา  $(m, n)$   
ได้  $(2^2 \times 99) + 1$  คู่  
คือ ในแต่ละ  $k$  จะหา  $(m, n)$  ได้  $(2^k \times 99) + 1$  คู่  
;  $k = 0, 2, 4, 6, 8$   
ผลรวมของกรณี  $(m, n)$   
 $= (2^0 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + 2^8)(99) + 5 = 33,764$  คู่



แต่ในจำนวนนี้จะมีกรณีที่เป็น  $m = n$  เช่น  $k = 2$ ;  $m + n = 2^2 \times 99$

$$m = n = 2^2 \times 49.5 = 198$$

ในแต่ละ  $k = 2, 4, 6, 8$  จะหากรณีที่เป็น  $m = n$  อยู่ 1 วิธี รวม  $4 \times 1 = 4$  วิธี

ถ้า  $k = 0$ ;  $m + n = 99$ ;  $m \neq n$

$$\therefore \text{จะสร้างได้ } 33,764 - 4 = 33,760 \text{ คู่}$$

### 3. ตอบข้อ 1)

**วิธีทำ** ใช้หลักการเพิ่มเข้าและตัดออก

แบบ 1 A, A, B, B, C, C, D, E สลับได้  $\frac{8!}{2!2!2!} = 5,040$

มี A ซ้ำ 2 ตัว, B ซ้ำ 2 ตัว, C ซ้ำ 2 ตัว

แบบ 2 AA, B, B, C, C, D, E สลับได้  $\frac{7!}{2!2!} = 1,260 \rightarrow 1,260 \times 3 = 3,780$



อาจเป็น BB ติดกัน หรือ CC ติดกันด้วยก็ได้

ใน 1,260 วิธีข้างต้นนี้อาจมี B ติดกัน หรือ C ติดกันก็ได้ แต่ต้องมี A ติดกัน 2 ตัวแน่นอน

แบบ 3 AA, BB, C, C, D, E สลับได้  $\frac{6!}{2!} = 360 \rightarrow 360 \times 3 = 1,080$

มี C ซ้ำ 2 ตัว



อาจเป็น AA, CC หรือ BB, CC

แบบ 4 AA, BB, CC, D, E สลับได้  $5! = 120$

รวมสร้างได้  $5,040 - 3,780 + 1,080 - 120 = 2,220$  วิธี

# แนวข้อสอบโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา

ข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด จำนวน 50 ข้อ

1. กำหนดให้  $p$  เป็นจำนวนเต็มบวก 3 หลักที่น้อยที่สุด ซึ่งเมื่อถูกหารด้วย 9 และ 10 จะเหลือเศษ 1 และ 3 ตามลำดับ ถ้ามีจำนวนเต็มที่ทำให้  $p = 11q + r$  โดยที่  $0 \leq r < 11$

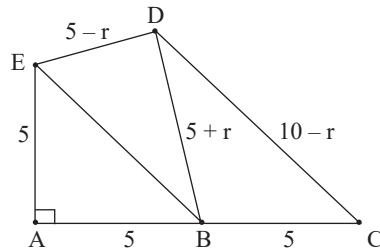
จงหาค่าของ  $r$  เท่ากับเท่าใด

- 1) 9                      2) 8                      3) 7                      4) 6

2. จงหาจำนวนชุดคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มทั้งหมดของ  $x^{x+y} = y^{12}$ ,  $y^{y+x} = x^3$

- 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4

3. จากรูป จงหาค่าของ  $r$  เท่ากับกี่หน่วย



- 1)  $\frac{37}{33}$                       2)  $\frac{38}{33}$                       3)  $\frac{39}{33}$                       4)  $\frac{40}{33}$

4. ลำดับ 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 2, 1, ... เป็นลำดับอนันต์ โดยใส่เลข 1 จำนวน 1 ตัว แทรกเลข 1 ตัวที่ 1, 2 ใส่เลข 2 จำนวน 2 ตัว แทรกเลข 1 ตัวที่ 2, 3 แล้วใส่เลข 2 จำนวน 3 ตัว แทรกเลข 1 ตัวที่ 3, 4 ไปเรื่อยๆ ให้  $a_n$  คือ พจน์ที่  $n$

จงหาค่าของ  $a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_{2027} a_{2028}$  เท่ากับเท่าใด

- 1) 7,854                      2) 7,856                      3) 7,858                      4) 7,862

5. ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นรากของสมการ  $x^3 - 2x^2 - 25x + 65 = 0$

แล้ว  $\frac{1}{ab+c-1} + \frac{1}{bc+a-1} + \frac{1}{ca+b-1}$  มีค่าเท่าใด

- 1)  $\frac{1}{39}$                       2)  $\frac{2}{39}$                       3)  $\frac{1}{13}$                       4)  $\frac{4}{39}$

6. กำหนดให้สี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD แนบในวงกลม O โดยสี่เหลี่ยม ABCD มีความยาวรอบรูป 28 หน่วย ซึ่งพื้นที่วงกลม O ต่อพื้นที่สี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 352 : 119

จงหาความยาวรอบรูปของวงกลม O เท่ากับเท่าใด (กำหนดให้  $\pi = \frac{22}{7}$  และตอบติดค่า  $\pi$ )

- 1)  $7\sqrt{2}\pi$                       2)  $8\sqrt{2}\pi$                       3)  $9\sqrt{2}\pi$                       4)  $10\sqrt{2}\pi$



## เฉลยแนวข้อสอบโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์

ตอนที่ 1 ข้อสอบแบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้อง ข้อที่ 1-10 จำนวน 10 ข้อ  
ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน

### 1. ตอบข้อ 2)

**วิธีทำ** แผ่นป้ายละ 3 บาท จ่าย 9,999 บาท ซื้อเลขโดดได้  $\frac{9,999}{3} = 3,333$  ตัว

เลข 1 หลัก จาก 1-9 มี 9 จำนวน แต่ละจำนวนใช้เลขโดด 1 ตัว รวม  $9 \times 1 = 9$  ตัว

เลข 2 หลัก จาก 10-99 มี 90 จำนวน แต่ละจำนวนใช้เลขโดด 2 ตัว รวม  $90 \times 2 = 180$  ตัว

เลข 3 หลัก จาก 100-999 มี 900 จำนวน แต่ละจำนวนใช้เลขโดด 3 ตัว

รวม  $900 \times 3 = 2,700$  ตัว

ใช้ไปแล้ว  $9 + 180 + 2,700 = 2,889$  ตัว เหลืออีก  $3,333 - 2,889 = 444$  ตัว สำหรับ

เลข 4 หลัก จะสร้างเลข 4 หลักได้  $\frac{444}{4} = 111$  จำนวน

$\therefore$  เลข 4 หลัก จาก 1,000 ถึง  $n$  จะมี  $n - 1,000 + 1 = 111$ ;  $n - 999 = 111$ ;  $n = 1,100$

### 2. ตอบข้อ 3)

**วิธีทำ** วิธีที่ 1

ให้  $\sqrt{A-17} = m$  และ  $\sqrt{A+44} = n$  โดย  $m < n$

พิจารณาความสัมพันธ์

$$\begin{array}{l} \text{จาก } 5^2 = 25 \\ 6^2 = 36 \\ 7^2 = 49 \\ 8^2 = 64 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} + 11 \\ + 13 \\ + 15 \end{array}$$

จะได้ระยะห่างแต่ละพจน์เพิ่มขึ้นทีละ 2

$$\begin{array}{l} \text{จาก } \sqrt{A-17} = m \text{ แล้ว } m^2 = A-17 \\ \sqrt{A+44} = n \text{ แล้ว } n^2 = A+44 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} + 61$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{จาก } m^2 = 30^2 = 900 \\ n^2 = 31^2 = 961 \end{array} \right\} + 61 \text{ สอดคล้องกัน}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{แล้ว } m^2 = A - 17 = 900; A = 917 \\ \text{หรือ } n^2 = A + 44 = 961; A = 917 \end{array} \right\} \text{ผลคูณเลขโดดของ } A = 9 \times 1 \times 7 = 63$$

วิธีที่ 2

จาก  $\sqrt{A+44}$  และ  $\sqrt{A-17}$  เป็นจำนวนเต็มทั้งคู่และมีค่าห่างกันไม่มาก ควรจะมีค่าเป็นจำนวนเต็มที่ติดกัน

$$\text{ให้ } \sqrt{A-17} = m \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\sqrt{A+44} = m + 1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{แทน (1) ใน (2); } \sqrt{A+44} = \sqrt{A-17} + 1$$

$$\text{ยกกำลังสอง; } A + 44 = (A - 17) + 2\sqrt{A - 17} + 1$$

$$2\sqrt{A - 17} = 60$$

$$\sqrt{A - 17} = 30$$

$$A - 17 = 900$$

$$A = 917$$

$$\therefore \text{ผลคูณของเลขโดด} = 9 \times 1 \times 7 = 63$$

3. ตอบข้อ 4)

**วิธีทำ** จากโจทย์  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{15}{\frac{1}{x} + 1} + \frac{16}{\frac{1}{x^2} + 1} - \frac{17}{\frac{1}{x^3} + 1}$

$$\begin{aligned} f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) &= 15 \left( \frac{1}{x+1} + \frac{1}{\frac{1}{x} + 1} \right) + 16 \left( \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{\frac{1}{x^2} + 1} \right) - 17 \left( \frac{1}{x^3+1} + \frac{1}{\frac{1}{x^3} + 1} \right) \\ &= 15 \left( \frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+1} \right) + 16 \left( \frac{1}{x^2+1} + \frac{x^2}{1+x^2} \right) - 17 \left( \frac{1}{x^3+1} + \frac{x^3}{1+x^3} \right) \\ &= 15 + 16 - 17 = 14 \end{aligned}$$

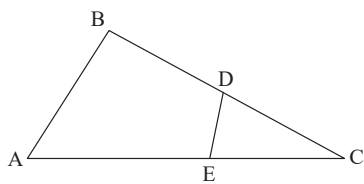
$$\tan 15^\circ = \cot 75^\circ = \frac{1}{\tan 75^\circ}$$

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ = \frac{1}{\tan 60^\circ}$$

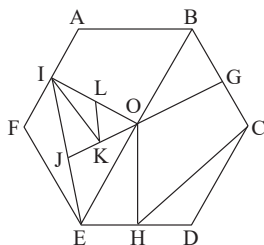
ตอนที่ 3 จงเติมคำตอบที่ถูกต้อง ข้อที่ 21-27 จำนวน 7 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 21 คะแนน

21. กำหนดให้  $a + bcd = 10, b + acd = 10, c + abd = 10, d + abc = 10$   
 จงหาจำนวนเซตคำตอบของ  $(a, b, c, d)$  ทั้งหมดที่เป็นไปได้ โดย  $a, b, c, d$  เป็นจำนวนเต็ม
22. จงหาผลบวกของ  $x$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจาก  

$$\frac{27}{\sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt{x^2 - 6x + 18} + \sqrt{x^2 - 6x + 25}} = x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x + 12$$
23. กำหนดให้  $p(x)$  เป็นพหุนามดีกรี 3 ที่  $\frac{1}{2}$  เป็นรากหนึ่งของ  $p(x)$  เมื่อนำ  $x - 1, x, x + 1$  ไปหาร  $p(x)$  จะเหลือเศษเท่ากัน ถ้า  $x + 2$  หาร  $p(x) + 45$  ลงตัว แล้วเศษจากการหาร  $p(x)$  ด้วย  $-x + x^2$  เท่ากับเท่าใด
24. กำหนดให้  $ABCD$  เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีจุด  $E$  อยู่บนด้าน  $BC$  และจุด  $F$  อยู่บนด้าน  $CD$  ทำให้  $AE = 17$  หน่วย,  $AF = 15$  หน่วย และ  $EF = 8$  หน่วย มีความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัส  $ABCD = \frac{a}{\sqrt{b}}$  โดยที่  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ และ  $b$  อยู่ในรูปอย่างง่ายไม่สามารถลดรูปได้อีก  
 จงหาค่าของ  $a + b$  เท่ากับเท่าใด
25. จากรูป จุด  $D$  อยู่กึ่งกลางด้าน  $BC$  และมีจุด  $E$  อยู่บนด้าน  $AC$ , โดยมี  $AC = 2$  หน่วย  
 ถ้า  $\hat{BAC} = 60^\circ, \hat{ABC} = 100^\circ, \hat{ACB} = 20^\circ, \hat{CDE} = 80^\circ$   
 จงหาค่าของพื้นที่  $\triangle ABC$  รวมกับ 2 เท่าของพื้นที่  $\triangle CDE$  เท่ากับเท่าใด



26. กำหนดให้  $ABCDEF$  เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่าที่มี  $G$  อยู่กลาง  $BC, H$  อยู่กลาง  $DE, I$  อยู่กลาง  $AF, J$  อยู่กลาง  $IE, K$  อยู่กลาง  $OJ, L$  อยู่กลาง  $IO$   
 จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยม  $CGOH$  : พื้นที่สามเหลี่ยม  $KIL$  เท่ากับเท่าใด



27. กำหนด ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม มี  $\angle CAB = 75^\circ$ ,  $\angle CAD = 25^\circ$ ,  $\angle ABD = 40^\circ$  และ  $\angle CBD = 30^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\angle ACD$  เป็นกี่เท่าของ  $\angle CAD$

ตอนที่ 4 ทักษะกระบวนการคิด : เกมและบทความ ข้อ 28-30 จำนวน 3 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน  
รวม 9 คะแนน

28. “Ten — dig” คือ เกมที่เล่น 2 คน สร้างเลข 10 หลัก ที่ทุกหลักต่างกัน  
ครั้งแรก คือ A เขียนเลขโดด  $\neq 0$   
ครั้งที่สอง คือ B เขียนเลขโดดใส่ด้านขวาของจำนวนแรก ทำให้เป็นเลข 2 หลัก ทารด้วย 2  
ลงตัว  
ครั้งที่สาม คือ A เขียนเลขโดดใส่ด้านขวาของจำนวนที่สองทำให้เป็นเลข 3 หลัก ทารด้วย 3  
ลงตัว

⋮ ⋮

ครั้งที่  $n$  เขียนเลขโดดใส่ด้านขวาของจำนวน  $n - 1$  ทำให้เป็นเลข  $n$  หลัก ทารด้วย  $n$  ลงตัว  
เกมจบ เมื่อเขียนเลข 10 หลัก ตามเงื่อนไขจนครบแล้ว A, B เสมอกัน  
หรือเกมจบ เมื่อคนใดคนหนึ่งไม่สามารถเขียนเลขตามเงื่อนไขได้แล้ว อีกคนหนึ่งที่เหลือจะชนะ  
จากเกมข้างต้น จะมีเพียง 1 กรณีที่จะเสมอและเลข 10 หลักนั้นคือจำนวนใด

29. กำหนดให้มินักรังอยู่ 25 คน เข้าแข่งขันการวิ่งระดับชาติที่มีลู่วิ่งอยู่เพียง 5 ลู่วิ่ง ถ้าต้องการหานักวิ่ง  
ที่วิ่งเร็วที่สุด 3 อันดับแรก จะต้องแข่งอย่างน้อยที่สุดกี่ครั้ง กำหนดให้สามารถวิ่งแข่งได้ที่ละ 5 คน  
และไม่มีการใช้นาฬิกาจับเวลา โดยนักวิ่งแต่ละคนมีความสามารถในการวิ่งเท่าเดิม ไม่มีความล่า  
งช้า ไม่มีความเหน็ดเหนื่อยเข้ามาเป็นปัจจัยในการวิ่ง (แทนนักวิ่งแต่ละคนด้วยสัญลักษณ์  $\triangle$ )

